

RESISTANCE DE MATERIAUX

La torsion

NOM:

Prénom:

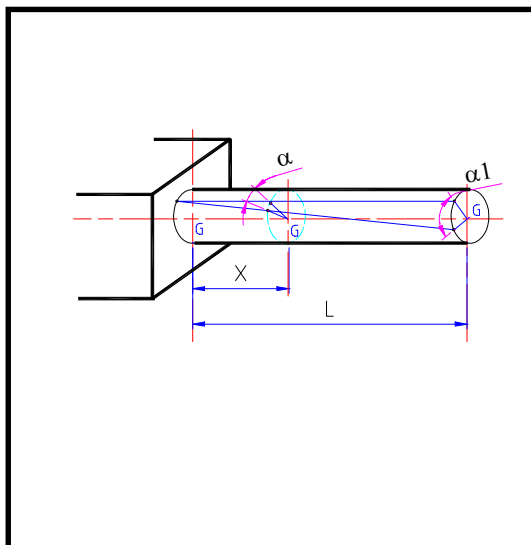
Classe:

Date:

D:\leçon\cours\RDM\torsion.p65

1° DÉFINITION

2° DÉFORMATION : ANGLE DE TORSION θ (TETA)



Remarques:

a) Après déformation les sections droites restent droites, plane et perpendiculaire à la ligne moyenne.

b) Les fibres initialement parallèles à la ligne moyenne s'enroulent suivant des hélices autour de cet axe.

L'angle de rotation α_1 (alpha) entre 2 sections droites est proportionnel à la distance entre ces deux sections.

$$\frac{\alpha_1}{L} = \frac{\alpha_x}{X} = \theta$$

3° MOMENT DE TORSION : M_T - CONTRAINTE DE TORSION τ

3.1. Moment de torsion

Les efforts intérieurs exercés dans la section de la pièce se réduisent à un moment de torsion M_t tel que

$$M_t = M$$

3.2. Contrainte tangentielle de torsion τ

En torsion, dans le cas de petites déformations, les contraintes normales σ (sigma) sont négligeables.

Dans la section de la pièce, il existe principalement des contraintes tangentielles τ c'est à dire des contraintes de cisaillement.

La contrainte de cisaillement τ en un point M est proportionnelle à la distance ρ (rho) de ce point à la ligne moyenne.

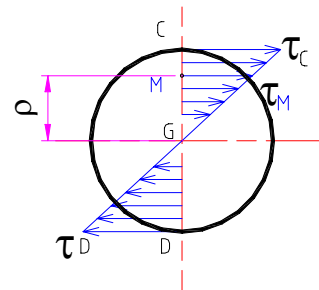
Rappel du cisaillement :

$$\tau = G \gamma$$

donc

$$\tau = G \theta \rho$$

Diagramme de répartition des contraintes.



*Si M est à la surface du solide
 $\rho = r$*

Les contraintes sont maximums à la périphérie des pièces. S'il y a rupture par torsion la rupture commence sur la surface de la pièce.

Pour la plupart des matériaux :

$$G = 0,4E$$

Exemple de valeur de G .

4° RELATION ENTRE MOMENT DE TORSION M_t ET ANGLE UNITAIRE θ

$$\theta = M_t / GI_o$$

avec $\theta = \frac{I_o}{M_t} \cdot G$

L'angle unitaire de torsion θ est proportionnel au moment de torsion M_t .

5° RELATION ENTRE CONTRAINTE τ ET MOMENT DE TORSION M_t .

On avait

$$\tau = G \cdot \theta \cdot \rho$$

en remplaçant θ

$$\tau = \frac{G \cdot M_t \cdot \rho}{GI_o}$$

donc

$$\tau = \frac{M_t \cdot \rho}{I_o}$$

ou

$$\tau = \frac{M_t}{\frac{I_o}{\rho}}$$

La contrainte est maxi pour ρ maxi.

On pose $\rho_{\text{maxi}} = v$

donc

$$\tau = \frac{M_t}{\frac{I_o}{v}}$$

avec $\frac{I_o}{v}$ appelé module d'inertie polaire ou module de torsion

6° CONDITION DE RÉSISTANCE.

$$\tau_{\text{max}} < R_{pg} = \frac{R_g}{s}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_t}{\frac{I_o}{v}} < R_{pg}$$

7° EXEMPLE

Comparaison entre arbres de transmission plein et creux.

Soit deux arbres de transmission du même acier ($G = 80000 \text{ daN/mm}^2$). Le premier est plein (d_1), le second est creux (D et $d = 0,8D$)

Le couple à transmettre est de 20 m.daN , la $R_{pg} = 10 \text{ daN/mm}^2$.

#Déterminez les diamètres optimaux des deux arbres et comparez les poids respectifs des deux constructions.